Elementy teorii pola

POTENCJAŁ I GRADIENT

Funkcję $\Phi(x,y,z)$ nazywamy **potencjałem** pola wektorowego $\vec{F}=[P,Q,R]$, jeśli:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x}=P,\quad \frac{\partial\Phi}{\partial y}=Q,\quad \frac{\partial\Phi}{\partial z}=R$$

Pole wektorowe $\vec{F}$ nazywamy **gradientem** funkcji Φ, jeśli:

$$\vec{F}=\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x},\frac{\partial\Phi}{\partial y},\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right]\qquad\left(grad\Phi=\nabla\Phi\right)$$

Pole wektorowe, które ma potencjał nazywamy **potencjalnym**.

Powierzchnie o równaniu $\Phi(x,y,z)=C$ nazywamy **ekwipotencjalnymi** (albo: **równopotencjalnymi**).

ISTNIENIE POTENCJAŁU

Pola wektorowe $\vec{F}=[P,Q,R]$ jest polem potencjalnym, jeśli:

$$\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x},\frac{\partial Q}{\partial z}=\frac{\partial R}{\partial y},\frac{\partial R}{\partial x}=\frac{\partial P}{\partial z}$$

DYWERGENCJA („ROZBIEŻNOŚĆ”)

Dywergencją nazywamy funkcję obliczaną z pola wektorowego:

$$div\vec{F}[P,Q,R]=\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}$$

Laplasjanem ($\Delta\Phi$) nazywamy dywergencję z gradientu funkcji Φ :

$$div\left(grad\Phi\right)=div\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x},\frac{\partial\Phi}{\partial y},\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right]=\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}$$

Jeśli dywergencja pola w każdym jego punkcie równa jest 0, pole nazywamy **bezźródłowym**.

ROTACJA („WIR”)

Rotacją nazywamy pole wektorowe, obliczane z innego pola wektorowego:

$$Rot\vec{F} = \left[\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}, \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right]$$

Pole, którego rotacja w każdym punkcie jest wektorem zerowym nazywamy **polem niewirowym**.

Dywergencja liczona z rotacji jest zawsze równa 0 ($div\left(rot\vec{F}\right) = 0$), czyli rotacja jest polem bezźródłowym.

Gradient jest zawsze polem niewirowym.

Rotację można też zapisać jako: $rot\vec{F} = \nabla \times \vec{F}$