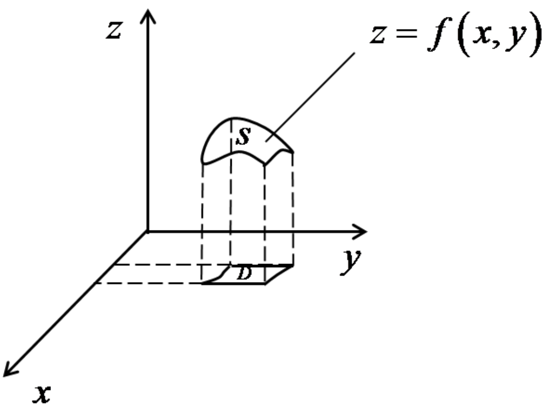
Wzory na całki powierzchniowe:

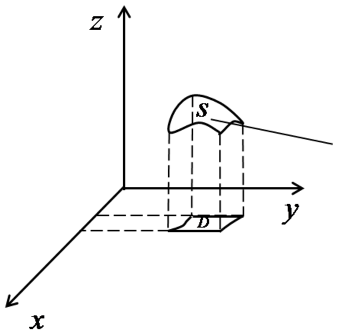
CAŁKI POWIERZCHNIOWE NIEZORIENTOWANE

WZORY NA PRZEJŚCIE NA CAŁKĘ PODWÓJNĄ



Powierzchnia S w postaci jawnej $z = f(x,y)$:

$$\iint_S F(x,y,z)\,ds = \iint_D F(x,y,f(x,y))\sqrt{1+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\,dxdy$$



$$S:\begin{cases} x=\varphi(u,v) \\ y=\psi(u,v) \\ z=\chi(u,v) \end{cases}$$

$$(u,v)\in\Delta$$

Powierzchnia S w postaci parametrycznej:

$$\iint_S F(x,y,z)\,ds = \iint_\Delta F(\varphi,\psi,\chi)\sqrt{\left(\frac{D(x,y)}{D(u,v)}\right)^2+\left(\frac{D(y,z)}{D(u,v)}\right)^2+\left(\frac{D(z,x)}{D(u,v)}\right)^2}\,dudv$$

ZASTOSOWANIA FIZYCZNE

$F(x,y,z)$-gęstość

Jeżeli $F(x,y,z)$ jest gęstością powierzchniową S, to całka $\iint_S F(x,y,z)\,ds$ jest masą powierzchni S.

Jeżeli $F(x,y,z)$ jest gęstością ładunku elektrycznego, to całka $\iint_S F(x,y,z)\,ds$ przedstawia cały ładunek.

Momenty statyczne płata S względem płaszczyzn x0y, y0z, z0x:

$$M_{xy} = \iint_S zF(x,y,z)\,ds,\quad M_{yz} = \iint_S xF(x,y,z)\,ds,\quad M_{zx} = \iint_S yF(x,y,z)\,ds$$

Współrzędne środka ciężkości: $\left(\frac{M_{yz}}{M},\frac{M_{zx}}{M},\frac{M_{xy}}{M}\right)$

eTrapez Usługi Edukacyjne E-learning Krystian Karczyński
www.etrapez.pl
Tel. 603 088 274

ZASTOSOWANIA FIZYCZNE – CD.

Momenty bezwładności płata S względem płaszczyzn x0y, y0z, z0x:

$$I_{xy}=\iint\limits_S z^2F\left(x,y,z\right)ds,\quad I_{yz}=\iint\limits_S x^2F\left(x,y,z\right)ds,\quad I_{zx}=\iint\limits_S y^2F\left(x,y,z\right)ds$$

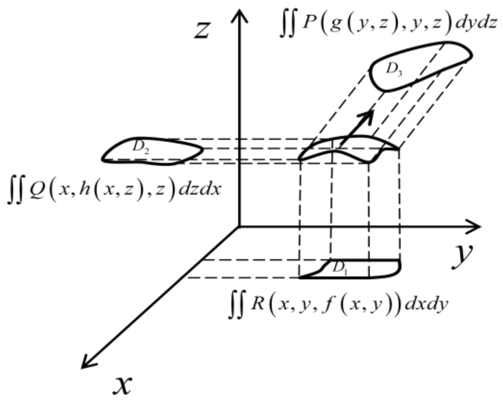
Momenty bezwładności płata S względem osi współrzędnych 0x, 0y, 0z:

$$I_x=\iint\limits_S\left(y^2+z^2\right)F\left(x,y,z\right)ds,\quad I_y=\iint\limits_S\left(z^2+x^2\right)F\left(x,y,z\right)ds,\quad I_z=\iint\limits_S\left(x^2+y^2\right)F\left(x,y,z\right)ds$$

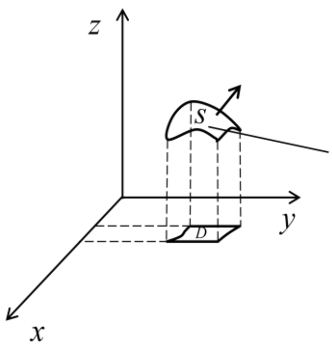
Moment bezwładności płata S względem początku układu współrzędnych:

$$I_0=\iint\limits_S\left(x^2+y^2+z^2\right)F\left(x,y,z\right)ds$$

CAŁKI POWIERZCHNIOWE ZORIENTOWANE



$$\iint\limits_S P(x,y,z)dydz+Q(x,y,z)dzdx+R(x,y,z)dxdy=\iint\limits_{D_1}P(g(y,z),y,z)dydz+\iint\limits_{D_2}Q(x,h(x,z),z)dzdx+\iint\limits_{D_3}R(x,y,f(x,y))dxdy$$

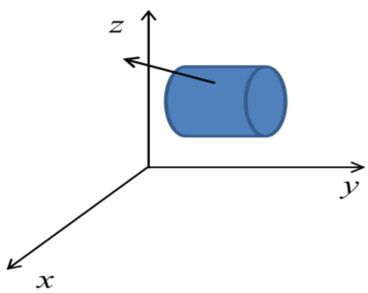


$$S:\begin{cases}x=\varphi(u,v)\\ y=\psi(u,v)\\ z=\chi(u,v)\end{cases}$$

$$(u,v)\in\Delta$$

$$\iint\limits_S P(x,y,z)dydz+Q(x,y,z)dzdx+R(x,y,z)dxdy=\iint\limits_{\Delta}\left(P\frac{D(y,z)}{D(u,v)}+Q\frac{D(z,x)}{D(u,v)}+R\frac{D(x,y)}{D(u,v)}\right)dudv$$

TWIERDZENIE GAUSSA – OSTROGRADSKIEGO



Jeżeli powierzchnia S jest powierzchnią zamkniętą (ogranicza jakąś bryłę V), zorientowaną zewnętrznie:

$$\iint\limits_S P(x,y,z)dydz+Q(x,y,z)dzdx+R(x,y,z)dxdy=\iiint\limits_V\left(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}\right)dxdydz$$

eTrapez Usługi Edukacyjne E-learning Krystian Karczyński
www.etrapez.pl
Tel. 603 088 274