Wzory na całki potrójne:

OBLICZANIE CAŁKI POTRÓJNEJ

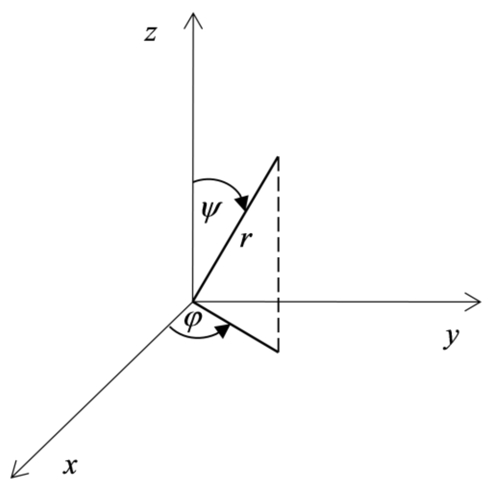
Jeśli obszar D jest obszarem:

$$\begin{cases} a \le x \le b \\ k(x) \le y \le h(x) \\ \varphi(x,y) \le z \le \psi(x,y) \end{cases}$$

$$\iiint_V f(x,y,z)\,dxdydz$$

Przejście na współrzędne sferyczne:

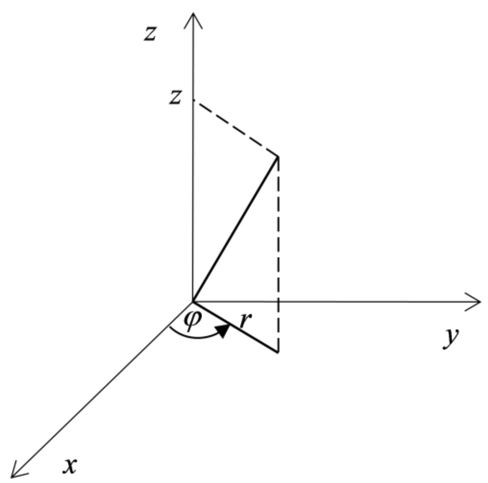
$$\begin{cases} x = r\sin\psi\cos\varphi \\ y = r\sin\psi\sin\varphi \\ z = r\cos\psi \end{cases}$$



Jakobian: $r^2\sin\psi$

Przejście na współrzędne walcowe:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \\ z = z \end{cases}$$



Jakobian: r

eTrapez Usługi Edukacyjne E-learning Krystian Karczyński
www.etrapez.pl
Tel. 603 088 274

OBLICZANIE OBJĘTOŚCI PRZY POMOCY CAŁKI POTRÓJNEJ

$$V = \iiint\limits_V dxdydz$$

ZASTOSOWANIA FIZYCZNE CAŁKI POTRÓJNEJ

Jeżeli $\rho(x,y,z)$ oznacza gęstość bryły przestrzennej V, wtedy:

Masa M tej bryły: $M = \iiint\limits_V \rho(x,y,z)\,dxdydz$

Moment statyczny względem płaszczyzny xOy: $M_{xy} = \iiint\limits_V z\rho(x,y,z)\,dxdydz$

Moment statyczny względem płaszczyzny yOz: $M_{yz} = \iiint\limits_V x\rho(x,y,z)\,dxdydz$

Moment statyczny względem płaszczyzny zOx: $M_{zx} = \iiint\limits_V y\rho(x,y,z)\,dxdydz$

Współrzędne środka ciężkości: $\left(\dfrac{M_{yz}}{M}, \dfrac{M_{zx}}{M}, \dfrac{M_{xy}}{M}\right)$

Moment bezwładności względem płaszczyzny xOy: $I_{xy} = \iiint\limits_V z^2\rho(x,y,z)\,dxdydz$

Moment bezwładności względem płaszczyzny yOz: $I_{yz} = \iiint\limits_V x^2\rho(x,y,z)\,dxdydz$

Moment bezwładności względem płaszczyzny zOx: $I_{zx} = \iiint\limits_V y^2\rho(x,y,z)\,dxdydz$

Moment bezwładności względem osi X: $I_x = \iiint\limits_V \left(y^2 + z^2\right)\rho\left(x, y, z\right) dxdydz$

Moment bezwładności względem osi Y: $I_y = \iiint\limits_V \left(z^2 + x^2\right)\rho\left(x, y, z\right) dxdydz$

Moment bezwładności względem osi Z: $I_z = \iiint\limits_V \left(x^2 + y^2\right)\rho\left(x, y, z\right) dxdydz$

Moment bezwładności względem początku układu współrzędnych:

$$I_0 = \iiint\limits_V \left(x^2 + y^2 + z^2\right)\rho\left(x, y, z\right) dxdydz$$