Екстремуми (локальні) функцій двох змінних
СХЕМА

f(x,y) = ...
(поле)

I. Позначення стаціонарних точок

1. Розраховуємо часткові похідні 1-го порядку

$$\frac{\partial f}{\partial x} = ?$$
$$\frac{\partial f}{\partial y} = ?$$

2. Прирівнюємо ці похідні до нуля, щоб утворити систему рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

3. Розв'язуємо систему, маємо розв'язки (якщо вони є)

$$\begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases} \quad \text{або} \quad \dots$$

4. Кожне рішення є так зв. «стаціонарна точка», тобто така, де вона може (але не обов'язково) бути крайністю. Перерахуємо їх (звісно, відкидаємо неналежність домену):

$$P_1(x,y) \quad P_2(x,y) \quad P_3(x,y) \quad \dots$$

Беремо координати x, y до точок з розв'язків системи (точка 1.3)

II. Дослідження існування екстремумів у стаціонарних точках

1. Підраховуємо часткові похідні другого порядку

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\dots \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}=\dots \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}=\dots \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\dots$$

(примітка: змішані похідні повинні бути однаковими)

2. З часткових похідних другого порядку складаємо визначник:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{vmatrix}$$ (примітка: визначник FUNCTION)

3. У створений визначник вставляємо координати послідовних стаціонарних точок по черзі, тому підраховуємо:

$$W(P_1)=\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(P_1) & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(P_1) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(P_1) & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(P_1) \end{vmatrix}$$ (примітка: визначник NUMER)

- якщо $W(P_1) > 0$, то в точці P_1 функція досягає екстремуму
- якщо $W(P_1) < 0$, то в точці P_1 функція не досягає екстремуму
- якщо $W(P_1) = 0$, ми не можемо вирішити, чи досягає функція екстремуму в точці P_1

$W(P_2) = \dots$

і так далі.

$W(P_3) = \dots$

eTrapez Usługi Edukacyjne E-learning Krystian Karczyński
www.etrapez.pl
Tel. +48 534 864 486

4. Тепер ми розглядаємо лише точки, де функція досягла свого екстремуму (наприклад, припустимо, що це була точка P_1). Визначаємо, чи є вони локальними мінімумами чи максимумами:

$$\begin{matrix} \text{якщо } \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x}(P_1) > 0 - \text{в} P_1 \text{маємо МІНІМУМ} \\ \text{якщо } \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x}(P_1) < 0 - \text{в} P_1 \text{маємоМАКСИМУМ} \end{matrix}$$

, і обчислюємо значення функції в цих точках, підставляючи їх координати на початкову формулу функції.

5. Записуємо відповідь.