

# Динамічні ряди (часові)

## Формули

### I. Основні показники

#### Середня хронологічна

$$\bar{y}_{CH} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

де  $y_1, y_2, \dots, y_n$  це наступні значення ряду часового

#### Постійний базовий абсолют (відносно к-го базового періоду):

$$y_1 - y_k, y_2 - y_k, \dots, y_{n-1} - y_k, y_n - y_k$$

де  $y_k$  це значення в базовому періоді

#### Ланцюговий абсолютний приріст:

$$y_2 - y_1, y_3 - y_2, y_4 - y_3, \dots, y_{n-1} - y_{n-2}, y_n - y_{n-1}$$

#### Постійні базові відносні прирости (по відношенню до к-го базового періоду):

$$\frac{y_1 - y_k}{y_k}, \frac{y_2 - y_k}{y_k}, \dots, \frac{y_{n-1} - y_k}{y_k}, \frac{y_n - y_k}{y_k}$$

де  $y_k$  це значення в базовому періоді

#### ланцюговий базовий приріст:

$$\frac{y_2 - y_1}{y_1}, \frac{y_3 - y_2}{y_2}, \frac{y_4 - y_3}{y_3}, \dots, \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{y_{n-2}}, \frac{y_n - y_{n-1}}{y_{n-1}}$$

**Індекси з фіксованою базою (відносно к-го базового періоду):**

$$\frac{y_1}{y_k}, \frac{y_2}{y_k}, \dots, \frac{y_{n-1}}{y_k}, \frac{y_n}{y_k}$$

**Індекси ланцюгові:**

$$\frac{y_2}{y_1}, \frac{y_3}{y_2}, \dots, \frac{y_{n-1}}{y_{n-2}}, \frac{y_n}{y_{n-1}}$$

**Середня швидкість зміни:**

$$\bar{Y}_g = \sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \frac{y_4}{y_3} \cdot \dots \cdot \frac{y_{n-1}}{y_{n-2}} \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \quad \text{або з рівняння: } \log \bar{Y}_g = \frac{1}{n-1} (\log y_n - \log y_1)$$

## II. Індивідуальні та групові (сукупні) індекси

### Індекси індивідуальні

#### Індекс цен

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

$p_1$  - цена в випробувальному періоді

$p_0$  - цена в базовому періоді

#### Індекс кількості

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

$q_1$  - кількість в випробувальному періоді

$q_0$  - кількість в базовому періоді

#### Індекс вартості (обороту)

$$i_w = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} = \frac{w_1}{w_0}$$

$$i_w = i_p \cdot i_q$$

### Групові (сукупні) індекси

#### Сукупні індекси вартості (оборотів)

$$I_w = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

#### Сукупні індекси кількості

$$\text{Ласпейреса: } I_q^L = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \text{ Пасхего: } I_q^P = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$$

#### Сукупні індекси цін

$$\text{Ласпейреса: } I_p^L = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, \text{ Пасхего: } I_p^P = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

## Сукупні індекси Фішера

Кількості:  $I_q^F = \sqrt{I_q^L \cdot I_q^P}$

Цін:  $I_p^F = \sqrt{I_p^L \cdot I_p^P}$

## Зв'язок між індексами сукупними

$$I_w = I_p^L \cdot I_q^P = I_p^P \cdot I_q^L = I_p^F \cdot I_q^F$$

### III. Тенденція

#### Середні рухомі

Середні рухомі для непарної чисельності періоду (напр. триперіодні):

$$\bar{Y}_2 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

$$\bar{Y}_3 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}$$

$$\bar{Y}_4 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3}$$

Середні рухомі для парної чисельності періоду (напр. чотириперіодні):

$$\bar{Y}_3 = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \frac{1}{2}y_5}{4}$$

$$\bar{Y}_4 = \frac{\frac{1}{2}y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + \frac{1}{2}y_6}{4}$$

$$\bar{Y}_5 = \frac{\frac{1}{2}y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + \frac{1}{2}y_7}{4}$$

...

## Лінійна функція тенденції

### Рівняння лінійної функції тенденції

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$$

$$a_1 = \frac{12 \sum y_t t}{n^3 - n} - \frac{6 \sum y_t}{n^2 - n}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{t}$$

де:

$y_t$  - значення часового ряду

$t$  - наступні номери одиниць часових (1, 2, 3,...)

$n$  - кількість одиниць часових

$\bar{y}$  - середня вартості ряду часового

$\bar{t}$  - середня номерів одиниць часових

### Стандартне відхилення залишкової складової

$$S(z_t) = \sqrt{\frac{1}{n-k} \sum (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

$k$  - кількість параметрів функції тенденції (у разі прямої  $k = 2$ )

### Помилки оцінки параметрів

$$D(a_0) = \sqrt{\frac{S^2(z_t) \sum t^2}{n(\sum t^2 - n(\bar{t})^2)}}$$

$$D(a_1) = \frac{S(z_t)}{\sqrt{\sum t^2 - n(\bar{t})^2}}$$

### Коефіцієнт збіжності (невизначеність)

$$\varphi^2 = \frac{(n-k)S^2(z_t)}{\sum (y_t - \bar{y})^2}$$

$\varphi^2$  описує, в скількох відсотках динаміка явища **не** була пояснена функцією лінійної тенденції

КІНЕЦЬ