Інтервальна оцінка

Формули

Ми оцінюємо параметри в генеральній сукупності на основі параметрів вибірки

I. Оцінка середньої m в генеральній сукупності

I.1. Генеральна сукупність розподілена нормально, і ми знаємо її стандартне відхилення σ.

- З таблиць **нормального розподілу** беремо квантиль z_α такий, що $P\left(-z_\alpha < Z < z_\alpha\right) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ то рівень довіри) – рисуємо приблизний графік
- Застосовуємо статистику $Z = \frac{\overline{X}-m}{\sigma}\cdot\sqrt{n}$ та отримуємо рівень довіри: $P\left(-z_\alpha < \frac{\overline{X}-m}{\sigma}\sqrt{n} < z_\alpha\right) = 1-\alpha$, з якого знаходимо m
- Мами область довіри: $P\left(\ldots < m < \ldots\right) = 1-\alpha$
- Інтерпритуємо результат

I.2.a Генеральна сукупність розподілена нормально, ми не знаємо її стандартного відхилення σ, обсяг вибірки n є малй.

- З таблиць **розкладу т-Студента** беремо квантиль $t_{\alpha;n-1}$ – не рисуємо графік, тільки застосовуємо таблиці ($1-\alpha$ це рівень довіри)
- Застосовуємо статитстику $t = \frac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n-1}$ та отримуємо рівень довіри: $P\left(-t_{\alpha;n-1} < \frac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n-1} < t_{\alpha;n-1}\right) = 1-\alpha$, з якого визначаємо m
- Маємо область довіри: $P\left(\ldots < m < \ldots\right) = 1-\alpha$
- Інтерпритуємо результат

I.2.b Генеральна сукупність розподілена нормально, ми не знаємо її стандартного відхилення σ, обсяг вибірки n є дужим.

- З таблиць **розкладу нормальнего** знаходимо квантиль z_α такий, що $P\left(-z_\alpha < Z < z_\alpha\right) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ це рівень довіри) – рисуємо приблизний графік
- Застосовуємо статитстику $Z = \dfrac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n}$ та маємо рівень довіри: $P\left(-z_\alpha < \dfrac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n} < z_\alpha\right) = 1-\alpha$, з якого визначаємо m
- Отримуємо область довіри: $P\left(\ldots < m < \ldots\right) = 1-\alpha$
- Інтерпритуємо результат

I.3 Ми не знаємо розподіл генеральної сукупності, розмір вибірки n є дужим.

- З таблиць **розкладу нормальнего** знаходимо квантиль z_α такий, що $P\left(-z_\alpha < Z < z_\alpha\right) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ то рівень довіри) – рисуємо приблизний графік
- Застосовуємо статистику $Z = \dfrac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n}$ та отримуємо область довіри: $P\left(-z_\alpha < \dfrac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n} < z_\alpha\right) = 1-\alpha$, з якої визначаємо m
- Маємо область довіри: $P\left(\ldots < m < \ldots\right) = 1-\alpha$
- Інтерпритуємо результат

II. Оцінка дисперсії та стандартного відхилення в генеральній сукупності

II.a Генеральна сукупність розподілена нормально,ми не знаємо її стандартного відхилення σ, розмір вибірки n є малий.

- З таблиць **хі-квадрат** знаходимо два квантилі $\chi_{\frac{\alpha}{2};n-1}$, $\chi_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}$ – (можна нарисовать графік,$1-\alpha$ це рівень довіри)
- Застосовуємо статистику $\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2}$ та маємо область довіри:
  $P\left(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} < \frac{nS^2}{\sigma^2} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2};n-1}\right) = 1-\alpha$, з якої знаходимо σ
- Маємо область довіри: $P(\ldots < \sigma < \ldots) = 1-\alpha$
- Інтерпритуємо результат

II.b Генеральна сукупністьрозподілена нормально, ми не знаємо її стандартного відхилення σ, розмір вибірки n є дужим.

- З таблиць **нормального розподілу** визначаємо квантиль z_α такий, що $P(-z_\alpha < Z < z_\alpha) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ це рівень довіри) – рисуємо приблизний графік
- Застосовуємо статитстику $Z = \frac{S-\sigma}{\sigma}\sqrt{2n}$ та маємо область довіри:
  $P\left(S - z_\alpha \cdot \frac{S}{\sqrt{2n}} < \sigma < S + z_\alpha \cdot \frac{S}{\sqrt{2n}}\right) = 1-\alpha$
- Інтерпритуємо результат

III. Оцінка ймовірності (відсоток, частка) в генеральній сукупності

Розмір вибірки n є дужим.

p - ймовірність (відсоток, частка) в генеральній сукупності

m - кількість одиниць вибірки з заданою ознакою

$\frac{m}{n}$ - відсоток відібраних одиниць із заданою ознакою

- З таблиць **нормального розкладу** знаходимо квантиль z_α такий, що $P\left(-z_\alpha < Z < z_\alpha\right) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ це рівень довіри) – рисуємо приблизний графік
- Застосовуємо статистику $Z = \frac{\frac{m}{n} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$ та маємо область довіри:

$$P\left(\frac{m}{n} - z_\alpha \sqrt{\frac{\frac{m}{n}\left(1-\frac{m}{n}\right)}{n}} < p < \frac{m}{n} + z_\alpha \sqrt{\frac{\frac{m}{n}\left(1-\frac{m}{n}\right)}{n}}\right) = 1-\alpha$$

- Інтерпритуємо результат

Мінімальна кількість вибірки

d - допустимий рівень помилки

1. **Оцінюємо середнє m в нормальному розподілі з відомим стандартним відхиленням σ.**
   - З таблиць **нормального розкладу** визначаємо квантиль z_α такий, що: $P(-z_\alpha < Z < z_\alpha) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ це рівень довіри) – рисуємо приблизний графік
   - $n \geq \dfrac{z_\alpha^2 \sigma^2}{d^2}$

2. **Оцінюємо середнє m в нормальному розподілі з невідомим стандартним відхиленням σ.**
   - Знаходимо $\hat{S} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}}$ з початкової вибірки
   - зтаблиць **розподілу т-Студента** знаходимо квантиль $t_{\alpha;n-1}$ – не рисуємо графіку, тільки безпосередньо з таблиць ($1-\alpha$ це рівень довіри)
   - $n \geq \dfrac{t_{\alpha;n-1}^2 \cdot \hat{S}^2}{d^2}$

3. **Оцінюємо ймовірність p.**
   - З таблиць **нормального розподілу** знаходимо квантиль z_α такий, що: $P(-z_\alpha < Z < z_\alpha) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ це рівень довіри) – рисуємо приблизний графік
   - $n \geq \dfrac{z_\alpha^2 \cdot \dfrac{m}{n}\left(1-\dfrac{m}{n}\right)}{d^2}$