

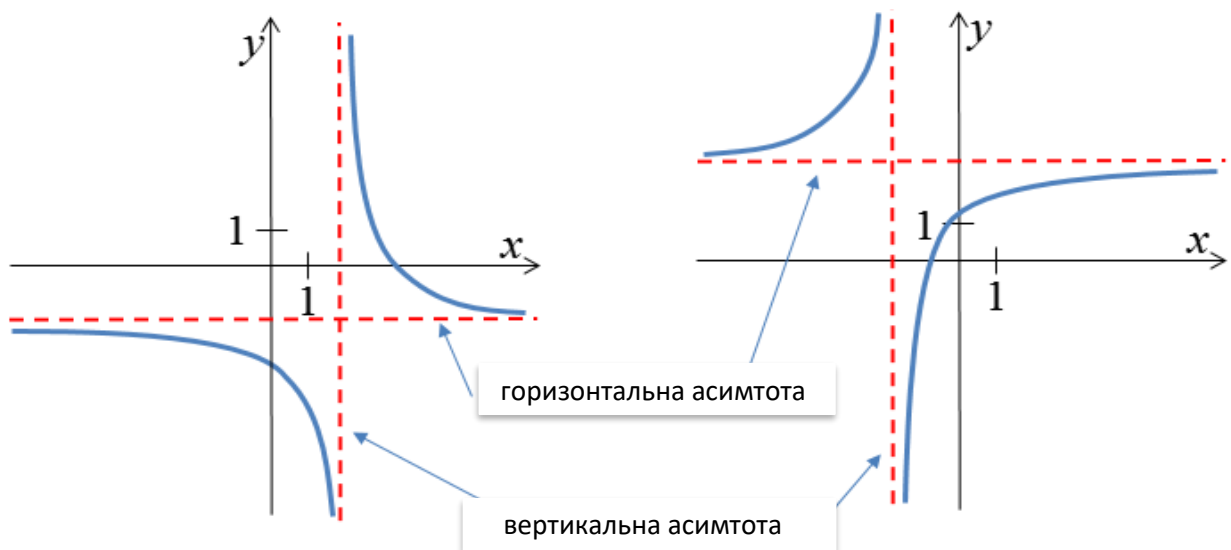
Функція раціональна, експоненційна та логарифмічна

Функцією раціональною називаємо функцію у вигляді $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, де $P(x)$ і $Q(x)$ це поліном дійсної змінної та $Q(x)$ є поліномом ненульовим.

Функцією гомографічною (перетворення Мебіуса) називаємо функцію у вигляді

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}, \text{ де } c \neq 0 \text{ та дроб не скорочується до дійсного числа.}$$

Графіком гомографічної функції є **гіпербола**.



- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{a.c. \text{ вертикальна} \}$

- $ZW_f = (0, +\infty)$ (для $a \neq 0$)

- функція незначна

- має, хочаб, єдно положення нульове

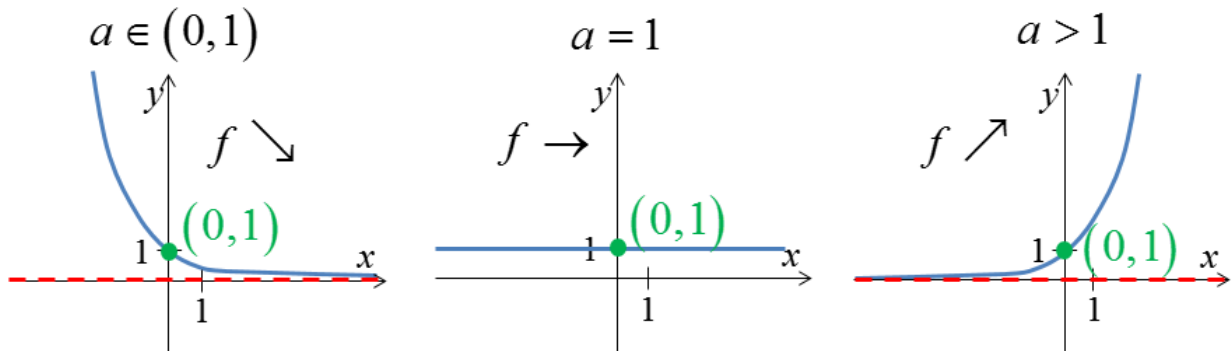
- монотонна в границях

- не набуває значення ані найменшей ані найбільшей

- графік є симетричним відносно точки перетину асимп

Експоненціальною функцією називаємо функцію, яку можна описати рівнянням $y = a^x$, де $x \in \mathbb{R}$ та a є деяке фіксоване додатне дійсне число.

Графіком функції експоненціальної є **крива експоненціальна**.

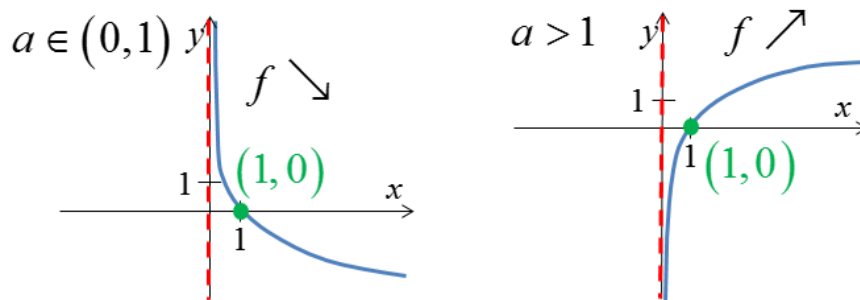


- $D_f = \mathbb{R}$
- $ZW_f = (0, +\infty)$ (для $a \neq 1$)
- немає нульових положень
- точка перетину з віссю OY : $(0, 1)$

- коефіцієнт a впливає на монотонність
- асимптота горизонтальна $y = 0$ (для $a \neq 1$)
- для $a \neq 1$ функція невизначена
- графіки $y = a^x$ та $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ є симетричні відносно осі OY

Функцією логарифмічної називаємо функцію, яку можна описати рівнянням $y = \log_a x$, де $x > 0$ та $a \in \mathbb{R}_+ \setminus \{1\}$.

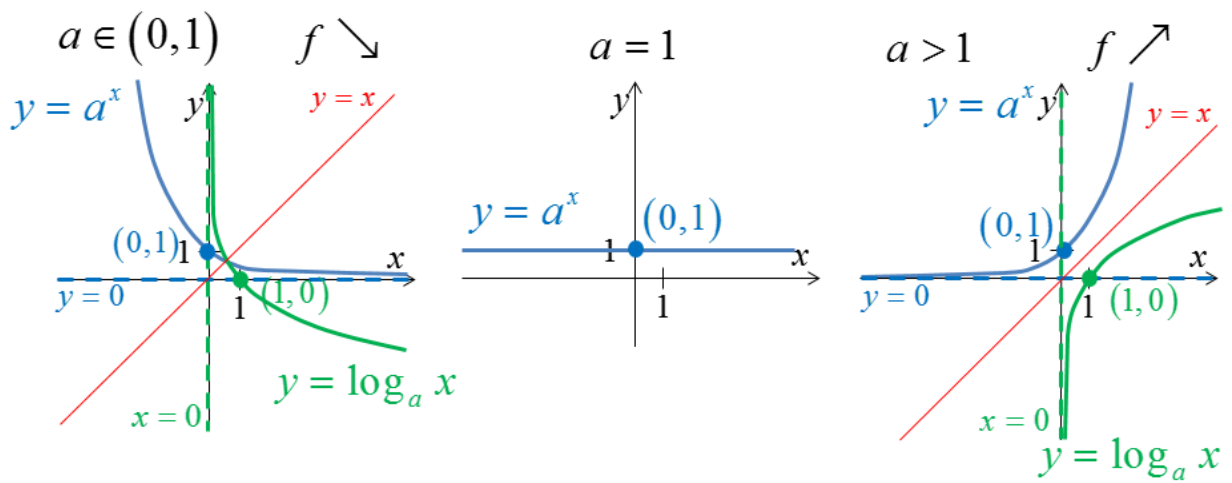
Графіком функції логарифмічної є **логарифмічна крива**.



- $D_f = (0, +\infty)$
- $ZW_f = \mathbb{R}$
- одне нульове положення: $x = 1$
- немає точок перетину з віссю OY

- коефіцієнт a впливає на монотонність
- асимптота вертикальна $x = 0$
- функція невизначена
- графіки $y = \log_a x$ та $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ є симетричні відносно осі OX

Порівняння властивостей експоненціальної та логарифмічної функцій:



Для $a \neq 1$ графіки функцій $y = a^x$ та $y = \log_a x$ є симетричні відносно прямої $y = x$.