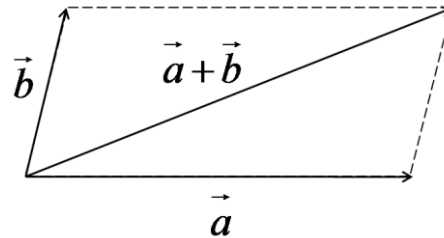


# Вектори в системі координат

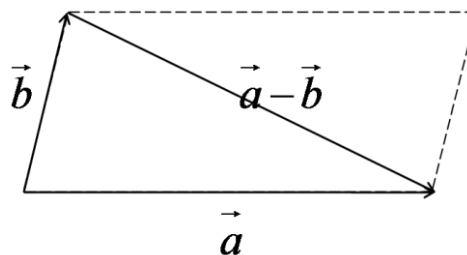
## Додавання векторів



$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z], \vec{b} = [b_x, b_y, b_z]$$

$$\vec{a} + \vec{b} = [a_x, a_y, a_z] + [b_x, b_y, b_z] = [a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z]$$

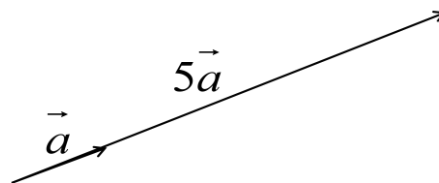
## Віднімання векторів



$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z], \vec{b} = [b_x, b_y, b_z]$$

$$\vec{a} - \vec{b} = [a_x, a_y, a_z] - [b_x, b_y, b_z] = [a_x - b_x, a_y - b_y, a_z - b_z]$$

## Множення вектора на число



$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$$

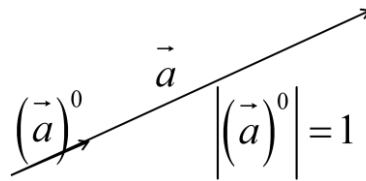
$$k\vec{a} = [ka_x, ka_y, ka_z]$$

## Довжина вектора

$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2}$$

## Wersor вектора



$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$$

$$(\vec{a})^0 = \frac{1}{|\vec{a}|} [a_x, a_y, a_z]$$

## Колінеарність (паралельність) векторів

Вектори  $\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$  і  $\vec{b} = [b_x, b_y, b_z]$  колінеарні (паралельні) тоді і тільки тоді, коли:

$$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$$

### Скалярне множення векторів (число)

$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z], \vec{b} = [b_x, b_y, b_z]$$

$$\vec{a} \circ \vec{b} = [a_x, a_y, a_z] \circ [b_x, b_y, b_z] = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

### Кут поміж векторами

$$\cos(\angle \vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

### Вектори перпендикулярні

Вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  перпендикулярні тоді і тільки тоді, коли  $\vec{a} \circ \vec{b} = 0$

### Проекція вектора $\vec{a}$ на вісь з напрямком вектора $\vec{b}$

$$\vec{a}_k = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

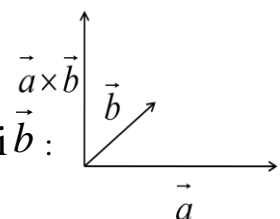
### Векторне множення векторів (вектор)

$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z], \vec{b} = [b_x, b_y, b_z]$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = [a_x, a_y, a_z] \times [b_x, b_y, b_z] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \left[ \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \right]$$

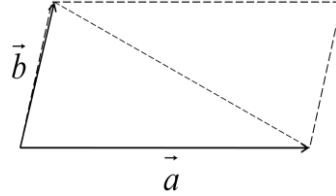
$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\angle \vec{a}, \vec{b})$$

Вектор  $\vec{a} \times \vec{b}$  є перпендикулярним також до вектора  $\vec{a}$ , як і  $\vec{b}$ :



## Площа паралелограма і трикутника

$$P_{\square} = |\vec{a} \times \vec{b}| \quad P_{\triangle} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$



## Змішаний добуток векторів (число)

$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z], \vec{b} = [b_x, b_y, b_z], \vec{c} = [c_x, c_y, c_z]$$

$$\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

## Компланарність векторів (лежать в одній площині)

Вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  і  $\vec{c}$  компланарні (лежать на одній площині) тоді і тільки тоді, коли  $\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$

## Об'єм паралелепіпеда і тетраедра (піраміди)

$$V_{\square} = |\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c})|, V_{\triangle} = \frac{1}{6} |\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c})|$$

