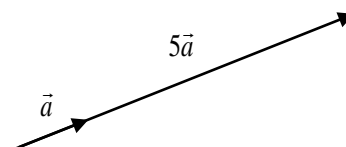
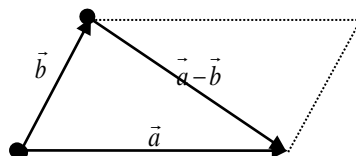
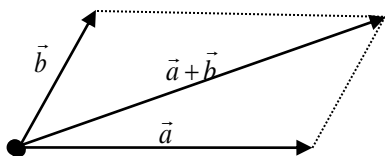


Формули операцій над векторами без системи координат

Додавання векторів

Віднімання векторів

Множення векторів на число



Скалярне множення векторів (число)

$$\vec{a} \circ \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\angle \vec{a}, \vec{b})$$

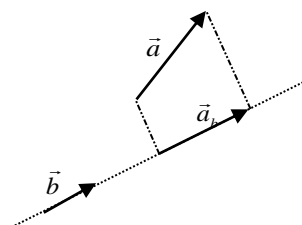
Властивості:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$$

Кут поміж векторами:

$$\cos(\angle \vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

Проекція вектора \vec{a} на вісь з напрямком вектора \vec{b} :



Перпендикулярність векторів:

$\vec{a} \perp \vec{b}$ тоді та тільки тоді, коли $\vec{a} \circ \vec{b} = 0$

$$\vec{a}_b = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

Довжина вектора:

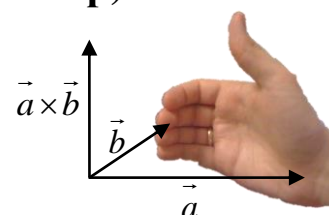
$$|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \circ \vec{a}} \quad \vec{a} \circ \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

Векторне множення векторів (вектор)

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\angle \vec{a}, \vec{b})$$

Вектор $\vec{a} \times \vec{b}$ є перпендикулярним до векторів \vec{a} і \vec{b}

Вектор $\vec{a} \times \vec{b}$ має такий самий напрямок, що і три $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}$ має орієнтацію, сумісну з орієнтацією простору (правило права рука)



Властивості:

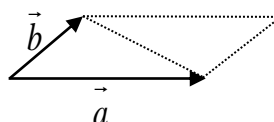
$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

Два вектори будуть колінеарні (паралельні), тоді та тільки тоді, коли $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

$$\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$$

Площа паралелограма і трикутника:

$$P_{\square} = |\vec{a} \times \vec{b}| \quad P_{\triangle} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$



Змішаний добуток векторів

$$\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c})$$

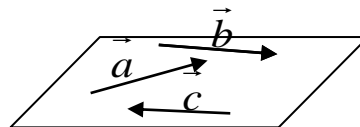
Властивості:

Перетворення порядку пари векторів у добуток непарної кількості разів змінює знак добутку, а парне число разів не змінює.

Компланарність векторів:

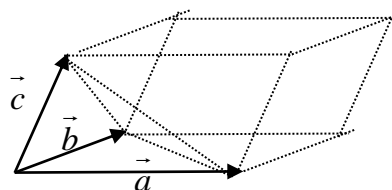
Три вектори доповнюють один одного

(лежать в одній площині) $\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$
тоді і тільки тоді, коли:



Об'єм паралелепіпеда і тетраедра (піраміда)

$$V_{\square} = |\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c})| \quad V_{\triangle} = \frac{1}{6} |\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c})|$$



КІНЕЦЬ