



## ПРОГНОЗУВАННЯ НА ОСНОВІ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ

**Прогнозування** - прогнозування майбутнього раціональним чином з використанням наукових методів.

**Економетричне передбачення** — це процес висновків про майбутнє на основі економетричної моделі.

**Прогноз** - конкретний результат висновку про майбутнє на основі знання економетричної моделі.

На основі економетричної моделі існують два типи прогнозів:

1. точкові прогнози
2. інтервальні прогнози

### 1. ТОЧКОВИЙ ПРОГНОЗ

**Точковий прогноз** — це **число**, яке вважається найкращою оцінкою значення змінної прогнозу протягом прогнозного періоду  $T$  (або  $\tau$ ),  $\tau > n$ .

Він визначається наступним чином:  $y_{\tau}^* = a_0 + a_1 x_{1\tau}^* + a_2 x_{2\tau}^* + \dots + a_k x_{k\tau}^*$

де:  $x_{1\tau}^*, x_{2\tau}^*, \dots, x_{k\tau}^*$  - значення пояснювальних змінних у прогнозному періоді  $\tau$ .

Використовуючи матричний метод, майбутні значення пояснюваної змінної обчислюються як:

$$Y^* = (X^*)^T a$$

$$\text{де: } X^* = \begin{bmatrix} 1 \\ x_{1\tau}^* \\ x_{2\tau}^* \\ \vdots \\ x_{k\tau}^* \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix}.$$

**ІНТЕРПРЕТАЦІЯ** (приклад одп.): прогнозована кількість ..(змінна  $Y$ ).. в році .. $T$ .. буде (буде на рівні) приблизно ...(прогнозне значення)... одиниць (змінна  $Y$ ).



## ТРЕНДОВА МОДЕЛЬ

Тенденція розвитку, тобто **лінійна тенденція**, стосується часових рядів, які являють собою впорядковані реалізації окремих значень даної змінної  $Y_t$  в послідовних одиницях часу,  $t = 1, 2, \dots, n$ .

Модель лінійної тенденції:  $y_t = at + b$

де:  $y$  – залежна змінна (залежна)

$t$  – змінна часу (пояснювальна, незалежна)

$a, b$  – параметри

Одиниці часу  $t$  (дні, місяці, квартали, роки) замінюються послідовними натуральними числами від 1 до  $n$ .

Модель тренду  $y_t = b + at + \xi_t$  є окремим випадком моделі з одним рівнянням, в якій пояснювальною змінною є час. Розраховані параметри  $\hat{y}_t = at + b$  моделі КМНК:

$$a = \frac{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t}) \cdot (y_t - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2}, \quad b = \bar{Y} - a \cdot \bar{t}$$

Значення параметра  $a$  повідомляє, на скільки одиниць зміниться (збільшиться/змениться) залежна змінна  $Y$ , якщо період збільшиться на 1 одиницю.

**ІНТЕРПРЕТАЦІЯ (приклад odp.):** від періоду до періоду ..(наприклад, від року до року).. значення ..(змінна  $Y$ ).. збільшилися/зменшилися приблизно на ...(значення)... одиниць.

Значення параметра  $b$  вказує на рівень залежної змінної в період, що передує першому респонденту ( $t = 0$ ).

**ІНТЕРПРЕТАЦІЯ (приклад odp.):** значення ..(змінна  $Y$ )..за..попередній період (за рік/місяць) ...(t = 0) становила ...(значення b)... одиниць (змінна  $Y$ ).

Точковий прогноз для моделі тренду:  $y_\tau^* = a \cdot \tau + b$ , де  $\tau > n$ .



## 2. ПРОГНОЗ ІНТЕРВАЛЬНИЙ

**Інтервальний прогноз** – це **числовий інтервал**, який із заданою ймовірністю містить невідоме значення залежної змінної в період прогнозування  $T$  (або  $\tau$ ),  $\tau > n$ .

Його можна виконати, якщо в процесі перевірки моделі було позитивно перевірено припущення про нормальність розподілу випадкових компонентів.

$$P\left(y_{\tau}^* - t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P \leq y_{\tau} \leq y_{\tau}^* + t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P\right) = 1 - \alpha$$

де:  $y_{\tau}$  - фактичне значення поясненої змінної  $Y$ ;

$y_{\tau}^*$  - прогнозне значення залежної змінної  $Y$ ;

$S_{\tau}^P$  - середня помилка прогнозу *ex ante*;

$t_{\alpha, n-(k+1)}$  - значення  $t$ -статистики Стюдента для  $n - (k + 1)$  ступенів свободи та заданого рівня значущості  $\alpha$ .

### **ІНТЕРПРЕТАЦІЯ (зразок відповіді):**

З ймовірністю ..  $(1 - \alpha)$  .. значення/сума ..(змінної  $Y$ )..в рік...  $\tau$  ... буде в діапазоні

$$\left(y_{\tau}^* - t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P ; y_{\tau}^* + t_{\alpha, n-(k+1)} \cdot S_{\tau}^P\right).$$



## ПОМИЛКИ ПРОГНОЗУ

**Похибка прогнозу** - це різниця між фактичним значенням  $y_\tau$  і прогнозним значенням  $y_\tau^*$  аналізованої змінної  $Y$ , визначеною на даний момент  $\tau$ ,  $\tau > n$ .

Помилки прогнозу можна розділити на два типи:

- a) **Помилка *ex ante*** (оцінюються на основі інформації, з моделі тренду тощо) - вони забезпечують очікуване значення фактичних відхилень прогнозної змінної від її прогнозованих значень (тобто оцінку точності прогнозу до того, як дізнатися фактичне значення  $Y$  вар.);
- b) **Помилка *ex post*** (оцінка на основі прогнозів, що закінчилися) - розраховується для кожного моменту в діапазоні емпіричної перевірки прогнозу, для даного моменту, періоду або кількох послідовних періодів (тобто оцінка точності прогнозу після знання фактичної реалізації змін  $Y$ ).

### 1) ПОМИЛКА *EX ANTE*

Для точкового прогнозу оцінюємо так звану **середня помилка прогнозу *ex ante***:

$$S_\tau^P = \sqrt{(\mathbf{X}_\tau^{*T} \mathbf{D}^2(a) \mathbf{X}_\tau^* + S_e^2)} = S_e \sqrt{1 + \mathbf{X}_\tau^{*T} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}_\tau^*}$$

де:  $\mathbf{X}_\tau^{*T} = [1 \quad x_{1\tau}^* \quad x_{2\tau}^* \quad \dots \quad x_{k\tau}^*]$  - вектор значень пояснювальних змінних у прогнозному періоді;

$\mathbf{D}^2(a)$  - матриця дисперсії випадкових відхилень;

$S_e^2$  - залишкова дисперсія.

Ця помилка інформує вас, наскільки середні прогнози будуть відрізнятися від фактичних значень прогнозної змінної в період прогнозування.

**ІНТЕРПРЕТАЦІЯ (приклад одп):** прогнозована кількість ..(змінна  $Y$ ).. за рік ...  $\tau$  ... буде відрізнятися від її фактичних значень приблизно на +/- ... (попереднє значення помилки)... одиниць (змінна  $Y$ ).

Відносна середня помилка прогнозу використовується для оцінки прийнятності (точності, якості) **прогнозу *ex ante***:

Joanna Grochowska eTrapez

[www.etrapez.pl](http://www.etrapez.pl)

tel. 534 864 486



$$V_{\tau} = \left| \frac{S_{\tau}^p}{y_{\tau}^*} \right| \cdot 100\%$$

Можна прийняти наступні критерії допустимості прогнозів:

$V < 3\%$  - дуже хороший прогноз;

$3\% < V < 5\%$  - хороший прогноз;

$5\% < V < 10\%$  - прогноз прийнятний;

$V > 10\%$  - прогноз неприйнятний.

**ІНТЕРПРЕТАЦІЯ (приклад одп.):** відносна помилка прогнозу становить ..(значення  $V_{\tau}$  в %).. що означає прогноз ...(оцінка прогнозу).../або/тому прогноз можна розглядати як ...(оцінка прогнозу)...

## 2) ПОМИЛКИ EX POST

Маючи визначені  $m$  значень прогнозів залежної змінної  $y_{\tau}^*$ ,  $\tau \in 1, 2, \dots, m$  і знаючи фактичні значення прогнозної змінної  $y_{\tau}$ , можна розрахувати помилки прогнозу *ex post*.

**Відносна помилка прогнозу *ex post*** (для однієї одиниці  $\tau > n$ ):

$$q = |y_{\tau} - y_{\tau}^*|$$

**Середня відносна помилка прогнозу *ex post*** (у разі  $m$  діапазону прогнозів):

$$\bar{q} = MAE = \frac{1}{m} \sum_{\tau=1}^m |y_{\tau} - y_{\tau}^*|$$

Він виражає відхилення (середнє відхилення) прострочених прогнозів від реальних значень прогнозної змінної.

Для інтерпретації та оцінки прогнозів розраховуються відносні похибки прострочених прогнозів.

**Відносна помилка прогнозу *ex post*** (для однієї одиниці  $\tau > n$ ):

$$V_{\tau} = \left| \frac{y_{\tau} - y_{\tau}^*}{y_{\tau}} \right| \cdot 100\%$$



**Середня відносна похибка прогнозу *ex post*** (у разі  $m$  діапазону прогнозів):

$$V_{MAE} = \frac{1}{m} \sum_{\tau=1}^m \left| \frac{y_{\tau} - y_{\tau}^*}{y_{\tau}} \right|$$

Ці помилки повідомляють, який відсоток фактичного значення поясненої змінної становить помилка прогнозу (середня помилка прогнозу).

Можна прийняти наступні критерії допустимості прогнозів:

$V < 3\%$  - дуже хороший прогноз;

$3\% < V < 5\%$  - хороший прогноз;

$5\% < V < 10\%$  - прогноз прийнятний;

$V > 10\%$  - прогноз неприйнятний.

**ІНТЕРПРЕТАЦІЯ (зразок відповіді):** Прогнозована кількість ..(змінна  $Y$ ).. у році ...  $\tau$  ... відрізнялася від її фактичних значень на ... (попереднє значення помилки)... одиниць (змінна  $Y$ ).

Відносна помилка прогнозу становить ..(значення  $V_{\tau}$  в %).. що означає прогноз ...(оцінка прогнозу).../або/тому цей прогноз можна розглядати як ...(оцінку прогнозу)...